□34□ □□□□

1□□□□ x □□□ $x^3+x-1=0$ □□□□□□□□□□□□□□‘□□□’.□□□□□□□□□□□□□□□‘□□□□□’.□□□ $f(x)=x^3+x-1$ □□□□

□□□□ $x_0=1$ □□□□□□□□□□□‘□□□□□’□□□□

□ $(x_0, f(x_0))$ □□□□□□□□□ x □□□ $(x_1, 0)$ □

□ $(x_1, f(x_1))$ □□□□□□□□□ x □□□ $(x_2, 0)$ □

□ $(x_2, f(x_2))$ □□□□□□□□□ x □□□ $(x_3, 0)$ □

□□□□□□ $\{x_n\}$ □□□□□□□□□ $x^3+x-1=0$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□□□□□□□

□1□□ x_1 □□□

□2□□ $x_{n+1}=g(x_n)$ □□ $g(x_n)$ □□□□□□ x_n □□ x_{n+1} □□

□3□□□□□□□□□□□□□□□□□‘□□□□□’□‘□□□’□□□□□□□□□□□□□□□□□□.□□□□□□□ x □□□ $x^3+x-1=0$ □□

$x=0.6823278\cdots$ □

□□□□

□1□□□ $f(x)=x^3+x-1$ □□□□ $f'(x)=3x^2+1$ □

□ $f(1)=1,\quad f'(1)=4$ □

□□□ $f(x)$ □ $(x_0, f(x_0))$ □□□□□□□ $y-1=4(x-1)$ □

□□□ $y=4x-3$ □□ $y=0$ □□ $x=\frac{3}{4}$.

□□□□□□ $x_1=\frac{3}{4}$.

□2□□□1□□□□□

□□ $f(x_n)=x_n^3+x_n-1,\ f'(x_n)=3x_n^2+1$ □

□□□ $f(x)$ □ $(x_n, f(x_n))$ □□□□□□□

$y-x_n^3-x_n+1=(3x_n^2+1)(x-x_n)$ □

□□□ $(x_{n+1},0)$ □□□□□□□

□□□ $-x_n^3-x_n+1=(3x_n^2+1)(x_{n+1}-x_n)$ □

□□ $x_{n+1}=\frac{2x_n^3+1}{3x_n^2+1}$.

□ $g(x_n)=\frac{2x_n^3+1}{3x_n^2+1}$.

□3□□□1□□□2□□□□□

□□□□□ 1 □□□□□□□□□ $x_1=\frac{3}{4}=0.75$ □

□□□□□ 2 □□□□□□□□□ $x_2\approx 0.6860\cdots$

□□□□□ 3 □□□□□□□□□ $x_3\approx 0.68233\cdots$

□□ 3 □□□□□□□□□□□□□□□□□ 0.0001 □

□□□□□□□□□□□□□□ $(0,1)$ □

□□ $f(0)\cdot f(1)<0$ □□□□□□□□□□□□ 0.5 □

□□ $f\left(\frac{1}{2}\right)\cdot f(1)<0$ □□□□□□□□□□□□ 0.75 □

□□ $f\left(\frac{1}{2}\right)\cdot f(0.75)<0$ □□□□□□□□□□□□ 0.625 □

□□ 3 □□□□□□□□□□□□□□□□□ 0.1.

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

2□□□□□ $f(x)=x-\ln(ax+1)(a\neq 0)$.

□1□□ $f(x)\ge 0$ □□ a □□□

□2□□□□□□ n □□□□ n □□□□□□□□□□□□□□ $P(n)$ □ $n\le 365$ □□□□□□365□.

□i□□ $P(n)$ □□□□□

□ii□□□ $P(60)$ □□□□□□□□0.01□.

□□□□□ $e^{-\frac{354}{73}}\approx 0.00783$ □ $e^{-\frac{243}{73}}\approx 0.03487$ □ $e^{-\frac{156}{73}}\approx 0.11801$.

□□□□

□1□□□□□□ $a>0$ □□ $f(x)$ □□□□□ $\left(-\frac{1}{a},+\infty\right)$ □

□ $a<0$ □□ $f(x)$ □□□□□ $\left(-\infty,-\frac{1}{a}\right)$ □

□ $f(0)=0$ □□ $f(x)\ge 0$ □

□□ $x=0$ □ $f(x)$ □□□□□□□ $f'(0)=0$.

□ $f'(x)=1-\frac{a}{ax+1}$ □□□ $1-a=0$ □□□ $a=1$.

□□□□□ $a=1$ □□ $f(x)\ge 0$.

□ $a=1$ □□ $f(x)=x-\ln(x+1)$ □ $f'(x)=1-\frac{1}{x+1}=\frac{x}{x+1}$ □ $x>-1$ □

□□□ $x>0$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□□□□ $-1<x<0$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

□□ $f(x)\ge f(0)=0$ □□ $a=1$ □□□□.

□□□ $a=1$.

□2□□i□□□ n □□□□□□□□□□□□ $\frac{365\times 364\times 363\times\cdots\times(365-n+1)}{365^n}$ □

□ n □□□□□□□□□□□□□□□ $P(n)=1-\frac{365\times 364\times 363\times\cdots\times(366-n)}{365^n}$.

□ii□□□1□□□□ $x>-1$ □□ $x-\ln(x+1)\ge 0$ □□ $\ln(1+x)\le x$ □□□□□ $x=0$ □□□□□

□□i□□ $P(60)=1-\frac{365}{365}\times\frac{364}{365}\times\frac{363}{365}\times\cdots\times\frac{306}{365}=1-\left(1-\frac{1}{365}\right)\left(1-\frac{2}{365}\right)\left(1-\frac{3}{365}\right)\cdots\left(1-\frac{59}{365}\right)$.

□ $t=\left(1-\frac{1}{365}\right)\left(1-\frac{2}{365}\right)\cdots\left(1-\frac{59}{365}\right)$ □

□ $\ln t=\ln\left(1-\frac{1}{365}\right)+\ln\left(1-\frac{2}{365}\right)+\cdots+\ln\left(1-\frac{59}{365}\right)<-\frac{1}{365}-\frac{2}{365}-\cdots-\frac{59}{365}=-\frac{1+2+\cdots+59}{365}$

$=-\frac{59\times 60}{2\times 365}=-\frac{354}{73}$ □

□ $t<e^{-\frac{354}{73}}$

□□□□□□ $t<e^{-\frac{354}{73}}<0.0079$

□□ $P(60)=1-t>1-0.0079=0.9921$

□ $P(60)\approx 0.99$.

3□□□□□ $f(x)=e^x-e^{-x}-2x$.

□1□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□ $g(x)=f(2x)-4bf(x)$ □□ $x>0$ □□ $g(x)>0$,□ b □□□□□

□3□□□ $1.4142<\sqrt{2}<1.4143$ □□□ln2 □□□□□□□□0.001□

□□□□

□1□□□ $f'(x)=e^x+\frac{1}{e^x}-2\ge 0$ □□□□□ $x=0$ □□□□□□□□□□ $f(x)$ □R □□□□□□

□2□□□ $g(x)=f(2x)-4bf(x)$ = $e^{2x}-e^{-2x}-4b(e^x-e^{-x})+(8b-4)x$ □

□□ $g'(x)=2[e^{2x}+e^{-2x}-2b(e^x+e^{-x})+(4b-2)]$ = $2(e^x+e^{-x}-2)(e^x+e^{-x}-2b+2)$.

□ $b\le 2$ □, $g'(x)\ge 0$,□□□□ $x=0$ □□□□□□ $g(x)$ □R □□□□□□□ $g(0)=0$ □□□□□□ $x>0$ □ $g(x)>0$ □

□$b>2$□□□x□□$2<e^{x}+e^{-x}<2b-2$□□$0<x<\ln(b-1+\sqrt{b^2-2b})$□□$g'(x)<0$□□$g(0)=0$□

□□□$0<x\le\ln(b-1+\sqrt{b^2-2b})$□□$g(x)<0$□

□□□b□□□□□2.

□3□□□2□□□$g(\ln\sqrt{2})=\frac{3}{2}-2\sqrt{2}b+2(2b-1)\ln2$□

□$b=2$□□$g(\ln\sqrt{2})=\frac{3}{2}-4\sqrt{2}+6\ln2>0$□$\ln2>\frac{8\sqrt{2}-3}{12}>0.6928$□

□$b=\frac{3\sqrt{2}}{4}+1$□□$\ln(b-1+\sqrt{b^2-2b})=\ln\sqrt{2}$□$g(\ln\sqrt{2})=-\frac{3}{2}-2\sqrt{2}+(3\sqrt{2}+2)\ln2<0$□

$\ln2<\frac{18+\sqrt{2}}{28}<0.6934$□□□$\ln2$□□□□□$0.693$.

4□□□□□$f(x)=\frac{x^2-1}{x}-k\ln x(x\ge1)$□

□1□□$f(x)\ge0$□□□□□k□□□□□□

□2□□□$\sqrt{5}=2.236$□□□□$\ln\frac{5}{4}$□□□□□□□□0.01□

□□□□□

□1□$f'(x)=\frac{x^2-kx+1}{x^2}$;

①□$-2\le k\le2$□□$k^2-4\le0, x^2-kx+1>0$□□□□□□$x\in[1,+\infty)$□□

$f'(x)\ge0$□$f(x)$□□□□□$f(x)\ge f(1)=0$□□□□

②□$k<-2$□ $k>2$□□$f'(x)$□0□□□$x_1=\frac{k-\sqrt{k^2-4}}{2}, x_2=\frac{k+\sqrt{k^2-4}}{2}$

□$x_1+x_2=k, x_1x_2=1$

□i□□$k<-2$□□$x_1<0, x_2<0$□□$x\in[1,+\infty)$□□$f'(x)\ge0$□

$f(x)$□□□□□$f(x)\ge f(1)=0$□□□□

□ii□□ $k>2$ □□ $x_1<1, x_2>1$ □□ $x\in(1,x_2)$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

$f(x)<f(1)=0$ □□□□□□ $f(x)\ge 0$ □□□□□□

□□□□□ k □□□□□□ $(-\infty,2]$ □

□2□□□1□□ $f(x)=\frac{x^2-1}{x}\ge 2\ln x(x\ge 1)$ □□□□□ $x=\sqrt{\frac{5}{4}}>1$ □

□ $2\ln\sqrt{\frac{5}{4}}<\sqrt{\frac{5}{4}}-\sqrt{\frac{4}{5}}\Rightarrow \ln\frac{5}{4}<\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{10}=0.22361$.

□□□□□□□ $k>2$ □□ $\frac{x^2-1}{x}<k\ln x$ □ $(1,\frac{k+\sqrt{k^2-4}}{2})$ □□□□□

□ $\frac{k+\sqrt{k^2-4}}{2}=\sqrt{\frac{5}{4}}$ □□□ $k=\frac{9\sqrt{5}}{10}$ □□ $k=\frac{9\sqrt{5}}{10}>2$ □

□□ $\frac{x^2-1}{x}<\frac{9\sqrt{5}}{10}\ln x$ □ $(1,\sqrt{\frac{5}{4}})$ □□□□□

□ $x=\sqrt{\frac{5}{4}}$ □□ $\sqrt{\frac{5}{4}}-\sqrt{\frac{4}{5}}<\frac{9\sqrt{5}}{10}\ln\sqrt{\frac{5}{4}}$, ∴ $\ln\frac{5}{4}>\frac{2}{9}\approx 0.2222$

$0.2222<\ln\frac{5}{4}<0.22361$ □□□□ 0.01 □,□ $\ln\frac{5}{4}=0.223$.

5□□□□□ $f(x)=\ln x+x^2$.

□1□□□□ $g(x)=f(x)-ax$ □ $[1,+\infty)$ □□□□□□□□□ a □□□□□□

□2□□□□ $h(x)=f(x)-(1+b)x^2+bx$ □ $[1,2]$ □□□□□□□□□□□ b □□□□□□

□3□□□ $\ln 2=0,6931$ □□□□ $\ln 5$ □□□□□□□□□□□□0.001□

□□□□

□:□1□□□, $g(x)=\ln x+x^2-ax(x>0)$,

∴ $g'(x)=\frac{1}{x}+2x-a$,

· $g(x)$ □ $[1,+\infty)$ □□□□□,

$\therefore g'(x) \geq 0$□ $x \in [1,+\infty)$ □□□□,□ $a \leq \left(2x+\frac{1}{x}\right)_{\min}$,

□ $t(x)=\frac{1}{x}+2x$,□ $t'(x)=-\frac{1}{x^2}+2>0$,□□ $t(x)$ □$[1,+\infty)$□□□□□,

□□ $a \leq t(x)_{\min}=t(1)=3$.

(2)□□□, $h(x)=\ln x-bx^2+bx$,

$\therefore h'(x)=\frac{1}{x}-2bx+b$,

①□ $b \leq 0$□,□ $x \in [1,2]$,□ $h'(x)=\frac{1}{x}+b(1-2x)>0$, $\therefore h(x)$□$[1,2]$□□□□□,

□ $h(1)=0$,□□ $x \in (1,2]$□, $h(x)>h(1)=0$,

$\therefore h(x)$□$[1,2]$□□□□□□□□□□,□□□□□□

②□ $b>0$□,□ $\varphi(x)=h'(x)$,□ $\varphi'(x)=-\frac{1}{x^2}-2b<0$, $\therefore \varphi(x)$□$[1,2]$□□□□□,

□ $\varphi(1)=h'(1)=1-b$, $\varphi(2)=h'(2)=\frac{1}{2}-3b$,

(i)□□ $0<b\leq\frac{1}{6}$, $x \in (1,2)$□, $h'(x)>h'(2)=\frac{1}{2}-3b\geq 0$, $\therefore h(x)$□$[1,2]$□□□□□,

□ $h(1)=0$,□□ $x \in (1,2]$□, $h(x)>h(1)=0$, $\therefore h(x)$□$[1,2]$□□□□□□□□□□,□□□□□□

(ii)□□ $\frac{1}{6}<b<1$□, $h'(1)=1-b>0$, $h'(2)=\frac{1}{2}-3b<0$,

$\exists x_0 \in (1,2)$,□□ $h'(x_0)=0$,□ $h(x)$□$(1,x_0)$□□□□□, $h(x)$□$(x_0,2)$□□□□□,

□ $h(x_0)>h(1)=0$,□ $h(x)$□$[1,2]$□□□□□□□□□□,□□□□ $h(2)=\ln 2-2b\leq 0$,

□□ $\frac{\ln 2}{2}\leq b<1$□

(iii)□□ $b\geq 1$, $x \in (1,2)$□, $h'(x)<h'(1)=1-b\leq 0$, $\therefore h(x)$□$[1,2]$□□□□□,

□ $h(1)=0$,□□ $x \in (1,2]$□, $h(x)<h(1)=0$, $\therefore h(x)$□$[1,2]$□□□□□□□□□□,□□□□□,

□□□□, $b\in\left[\frac{\ln 2}{2},1\right]$.

□3□□□1□□□,□ $a=3$ □, $g(x)=\ln x+x^2-3x$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□,

□□ $g(x)>g(1)=-2$,□ $\ln x>-x^2+3x-2$ □ $(1,+\infty)$ □□□□,

□□2□□□,□ $b=1$ □, $h(x)=\ln x-x^2+x$ □ $(1,2]$ □□□□□,

□□ $h(x)<h(1)=0$,□ $\ln x<x^2-x$ □ $(1,2]$ □□□□,

□□,□ $-x^2+3x-2<\ln x<x^2-x$,□ $(x-1)(2-x)<\ln x<x(x-1)$ □ $(1,2]$ □□□□,

□ $x=\frac{128}{125}=1.024$,□□ $(1.024-1)\times(2-1.024)<\ln\frac{128}{125}<1.024\times(1.024-1)$,

□□ $0.0234<\ln\frac{2^7}{5^3}<0.0246$,□ $0.0234<7\ln 2-3\ln 5<0.0246$,

□ $0.0234<7\times 0.6931-3\ln 5<0.0246$,

□□ $1.6090<\ln 5<1.6094$,

□□ $\ln 5$ □□□□□□1.609.

6□□n□□□□□r□□□□□□

□1□□□□f□x□=□1+x□$^{r+1}$□□r+1□x□1□x□□1□□□□□□

□2□□□□ $\frac{n^{r+1}-(n-1)^{r+1}}{r+1}<n^r<\frac{(n+1)^{r+1}-n^{r+1}}{r+1}$ □

□3□□x∈R□□[x]□□□x□□□□□□□ $[2]=2$, $[\pi]=4$, $[-\frac{3}{2}]=-1$ □□

$S=\sqrt[3]{81}+\sqrt[3]{82}+\sqrt[3]{83}+\cdots+\sqrt[3]{125}$，求[S] □□□

□□□□□□ $80^{\frac{4}{3}}\approx 344.7$, $81^{\frac{4}{3}}\approx 350.5$, $124^{\frac{4}{3}}\approx 618.3$, $126^{\frac{4}{3}}\approx 631.7$) □

□□□□

□1□□□□□f'□x□=□r+1□□1+x□^{r}□□r+1□=□r+1□[□1+x□^{r}□1]□

令 $f'(x)=0$，解得 $x=0$.

当 $-1<x<0$ 时，$f'(x)<0$，∴$f(x)$ 在 $(-1, 0)$ 内是减函数;

当 $x>0$ 时，$f'(x)>0$，∴$f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内是增函数.

故函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处，取得最小值为 $f(0)=0$.

(2) 由 (1)，当 $x\in(-1, +\infty)$ 时，有 $f(x)\geq f(0)=0$，

即 $(1+x)^{r+1}\geq 1+(r+1)x$，且等号当且仅当 $x=0$ 时成立，

故当 $x>-1$ 且 $x\neq 0$，有 $(1+x)^{r+1}>1+(r+1)x$，①

在①中，令 $x=\frac{1}{n}$ (这时 $x>-1$ 且 $x\neq 0$)，得 $(1+\frac{1}{n})^{r+1}>1+\frac{r+1}{n}$.

上式两边同乘 n^{r+1}，得 $(n+1)^{r+1}>n^{r+1}+n^{r}(r+1)$，

即 $n^{r}<\frac{(n+1)^{r+1}-n^{r+1}}{r+1}$，②

当 $n>1$ 时，在①中令 $x=-\frac{1}{n}$ (这时 $x>-1$ 且 $x\neq 0$)，

类似可得 $n^{r}>\frac{n^{r+1}-(n-1)^{r+1}}{r+1}$，③

且当 $n=1$ 时，③也成立.

综合②，③得 $\frac{n^{r+1}-(n-1)^{r+1}}{r+1}<n^{r}<\frac{(n+1)^{r+1}-n^{r+1}}{r+1}$，④

(3) 在④中，令 $r=\frac{1}{3}$，n 分别取值 81，82，83，…，125，

得 $\frac{3}{4}(81^{\frac{4}{3}}-80^{\frac{4}{3}})<\sqrt[3]{81}<\frac{3}{4}(82^{\frac{4}{3}}-81^{\frac{4}{3}})$，$\frac{3}{4}(82^{\frac{4}{3}}-81^{\frac{4}{3}})<\sqrt[3]{82}<\frac{3}{4}(83^{\frac{4}{3}}-82^{\frac{4}{3}})$，

$\frac{3}{4}(83^{\frac{4}{3}}-82^{\frac{4}{3}})<\sqrt[3]{83}<\frac{3}{4}(84^{\frac{4}{3}}-83^{\frac{4}{3}})$，…

$\frac{3}{4}(125^{\frac{4}{3}}-124^{\frac{4}{3}})<\sqrt[3]{125}<\frac{3}{4}(126^{\frac{4}{3}}-125^{\frac{4}{3}})$，

□□□□□□□□□□□□□□$\frac{3}{4}(125^{\frac{4}{3}}-80^{\frac{4}{3}})<S<\frac{3}{4}(126^{\frac{4}{3}}-81^{\frac{4}{3}})$□

□□□□□□□□□□$\frac{3}{4}(125^{\frac{4}{3}}-80^{\frac{4}{3}})\approx 210.2$, $\frac{3}{4}(126^{\frac{4}{3}}-81^{\frac{4}{3}})\approx 210.9$

□[S]□□□□□[S]=211□

7□□□□□$f(x)=ln(1+x)-\frac{ax}{x+1}(a>0)$□

□1□□$x=1$□□□$f(x)$□□□□□□□□a□□□

□2□□$f(x)\geq 0$□$[0$□$+\infty)$□□□□□□a□□□□□□

□3□□□□$(\frac{2019}{2020})^{2020}<\frac{1}{e}$($e$□□□□□□□□□□□

□□□□□□□1□□□$f(x)=ln(x+1)-\frac{ax}{x+1}(a>0)$□□□$f'(x)=\frac{x+1-a}{(x+1)^2}\ (a>0)$□

□□$x=1$□□□$f(x)$□□□□□□□□f'□1□$=0$□□$a=2$□□$a=2$□□□□□□$x=1$□□□$f(x)$□□□□□□□□□$a=2$□

□2□□□$f(x)\geq 0$□$[0$□$+\infty)$□□□□□□□$f(x)_{min}\geq 0$□

□$0<a\leq 1$□□$f'(x)=\frac{x+1-a}{(x+1)^2}\geq 0$□$[0$□$+\infty)$□□□□□□$f(x)$□$[0$□$+\infty)$□□□□□

□□$f(x)_{min}=f(0)=0$□□□□$0<a\leq 1$□□□□

□$a>1$□□□$f'(x)=\frac{x+1-a}{(x+1)^2}>0$□□$x>a-1$□□$f'(x)=\frac{x+1-a}{(x+1)^2}<0$□□$0<x<a-1$□

□$f(x)$□$(0,a-1)$□□□□□□□$(a-1,+\infty)$□□□□□□□$\in(0,a-1)$□□$f(x)<f(0)=0$□□□$f(x)\geq 0$□□□□□□□□□a□

□□□□□□$(0$□$1]$□

□3□□□$(\frac{2019}{2020})^{2020}<\frac{1}{e}$□□□□$(\frac{2020}{2019})^{2020}>e$□□□□□□□□□□□$2020ln\frac{2020}{2019}>1$□

□□□□□□$ln\frac{2020}{2019}>\frac{1}{2020}$□□□□□□$ln\frac{2020}{2019}-\frac{1}{2020}>0$□□□□□□

$ln(1+\frac{1}{2019})-\frac{1}{1+2019}>0$ □□ $a=1$ □□ $f(x)=ln(x+1)-\frac{x}{x+1}$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□ $\frac{1}{1+2019}>0$ □ $f(0)=0$ □

$f(x)=ln(1+\frac{1}{2019})-\frac{\frac{1}{2019}}{1+\frac{1}{2019}}=ln\frac{2020}{2019}-\frac{1}{2020}>f(0)=0$

□□□□□□□□□

8□□□□□ $f(x)=ln(1+x)-\frac{x}{1+ax}$ □□□ $a\in(0$□$1]$□

□1□□□□ $f(x)$ □□□ $[0$□$1]$ □□□□□□

□2□□□□ $(\frac{2021}{2020})^{2020.4}<e<(\frac{2021}{2020})^{2020.5}$ □

□□□□□□□1□ $f'(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(ax+1)^2}=\frac{a^2x}{(x+1)(ax+1)^2}\cdot(x-\frac{1-2a}{a^2})$ □

□ $\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant 1$ □ $0<x<1$ □□ $f'(x)>0$ □□□ $f(x)$ □ $[0$□$1]$ □□□□□

□ $\frac{1-2a}{a^2}>1\Leftrightarrow a^2+2a-1<0\Leftrightarrow 0<a<\sqrt{2}-1$ □

□ $0<x<1$ □□ $f'(x)<0$ □□□ $f(x)$ □ $[0$□$1]$ □□□□□

□ $\sqrt{2}-1<a<\frac{1}{2}$ □□□ $0<x<\frac{1-2a}{a^2}$ □□ $f'(x)<0$ □

□ $\frac{1-2a}{a^2}<x<1$ □□ $f'(x)>0$ □

□□ $f(x)$ □ $(0,\frac{1-2a}{a^2})$ □□□□□□ $(\frac{1-2a}{a^2},1)$ □□□□□

□2□□□□ $(\frac{2021}{2020})^{2020.4}<e<(\frac{2021}{2020})^{2020.5}$ □

□ $(1+\frac{1}{2020})^{2020+0.4}<e<(1+\frac{1}{2020})^{2020+0.5}$ □

□□□□□□ $(1+\frac{1}{n})^{n+0.4}<e<(1+\frac{1}{n})^{n+0.5}(n\in N_+)$ □

□ $(1+\frac{1}{n})^{n+0.4}<e<(1+\frac{1}{n})^{n+0.5}\Leftrightarrow(n+0.4)ln(1+\frac{1}{n})<1<(n+0.5)ln(1+\frac{1}{n})$

□□1□□□□ $a=\frac{1}{2}$ □ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□ $f(x)..f(0)=0$ □

□ $ln(1+x)..\frac{x}{1+0.5x}$ □

□ $x=\frac{1}{n}$ □□□ $(n+0.5)ln(1+\frac{1}{n})>1$ □□ $(1+\frac{1}{n})^{n+0.5}>e$ □

□□1□□□□ $a=0.4$ □ $f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□ $f(x),,f(0)=0$ □

□ $ln(1+x),,\frac{x}{1+0.4x}$ □

□ $x=\frac{1}{n}$ □□□ $(n+0.4)ln(1+\frac{1}{n})>1$ □□ $(1+\frac{1}{n})^{n+0.4}<e$ □

□□□□ $\forall n\in N_+$ □ $(1+\frac{1}{n})^{n+0.4}<e<(1+\frac{1}{n})^{n+0.5}$ □□□□

□□ $(\frac{2021}{2020})^{2020.4}<e<(\frac{2021}{2020})^{2020.5}$ □

9□□□□□ $f(x)=ln(1+x)-\frac{ax}{x+1}(a>0)$ □

□1□□□□□ $x=1$ □□□□□ x □□□□□ a □□□

□2□□ $f(x)..0$ □ $[0$ □ $+\infty)$ □□□□□□ a □□□□□□

□3□□□□ $(\frac{2016}{2017})^{2017}<\frac{1}{e}($ e □□□□□□□□□□

□□□□□□1□ $f(x)=ln(1+x)-\frac{ax}{x+1}$□$(a>0)$□

$\therefore f'(x)=\frac{x+1-a}{(x+1)^2}$□ f'□1□$=0$□□$a=2$□

□2□ $f(x)\geq 0$□$[0$□$+\infty)$□□□□□$\therefore f(x)_{min}\geq 0$□

□$0<a\leq 1$□□ $f'(x)\geq 0$□$[0$□$+\infty)$□□□□□□ $f(x)$□$[0$□$+\infty)$□□□□□□

$\therefore f(x)_{min}=f(0)=0$□□□□$0<a\leq 1$□

□$a>1$□□□ $f'(x)\geq 0$□□$x>a-1$□□ $f'(x)<0$□□$0\leq x<a-1$□

□ $f(x)$□$[0$□$a-1)$□□□□□□□$(a-1,+\infty)$□□□□□□

$\therefore f(x)_{min}=f(a-1)\geq 0$□□ $f(0)=0>\ (a-1)$□□□□□

□□□a□□□□□□$(0$□$1]$□

□3□□□ $(\frac{2016}{2017})^{2017}<\frac{1}{e}$□□□□ $(\frac{2017}{2016})^{2017}>e$

□□□□□□□□□ $2017ln\frac{2017}{2016}>1$ □□□ $ln\frac{2017}{2016}>\frac{1}{2017}$□

□□ $ln\frac{2017}{2016}-\frac{1}{2017}>0$ □□□ $ln(1+\frac{1}{2016})-\frac{1}{1+2016}>0$ □

□□2□□$a=1$□□ $f(x)=ln(1+x)-\frac{x}{x+1}$□$[0$□$+\infty)$□□□□□

□$\frac{1}{1+2016}>0$□ $f(0)=0$□

□□ $f(\frac{1}{2016})=n(1+\frac{1}{2016})-\frac{1}{1+2016}>f(0)=0$ □

□□ $(\frac{2016}{2017})^{2017}<\frac{1}{e}$□□□

10□□□□□ $f(x)=ln(1+x)-\frac{ax}{x+1}(a>0)$ □□□ $:[ln(1+x)]'=\frac{1}{1+x})$

□1□□$x=1$□□□ $f(x)$ □□□□□□□a□□□

□2□□ $f(x)\geqslant 0$□$[0$□$+\infty)$ □□□□□a□□□□□

□3□□□□ $(\frac{2014}{2015})^{2015}<\frac{1}{e}$□

□□□□□□1□ □□ $f(x)=\ln(1+x)-\frac{ax}{x+1}(a>0)$ □

$\therefore$□□ $f'(x)=\frac{1}{1+x}-\frac{a(x+1)-ax}{(x+1)^2}=\frac{x+1-a}{(x+1)^2}(a>0)$ □

□ $x=1$□□□ $f(x)$ □□□□□□□

$\therefore f'$□1□ $=\frac{2-a}{4}=0$

$\therefore a=2$□… □2 □□

□2□ $f(x)\geqslant 0$□$[0$□$+\infty)$ □□□□□

$\therefore f(x)_{min}\geqslant 0$□… □3 □□

□$0<a\leqslant 1$□□ $f'(x)\geqslant 0$□$[0$□$+\infty)$ □□□□□ $f(x)$□$[0$□$+\infty)$ □□□□□… □4 □□

$\therefore f(x)_{min}=f(0)=0$□□□

$\therefore 0<a\leqslant 1$… □5 □□

□$a>1$□□□ $f'(x)>0$□□ $x>a-1$□□ $f'(x)<0$□□$0\leqslant x<a-1$□… □6 □□

□ $f(x)$□$[0$□$a-1)$□□□□□□□$(a-1,+\infty)$□□□□□□

$\therefore f(x)_{min}=f(a-1)\geqslant 0$□

□ $f(0)=0>(a-1)$ □□□□□

□□□a□□□□□□$(0$□$1]$… □8 □□

□□□□3□□□□ $(\frac{2014}{2015})^{2015}<\frac{1}{e}$□□□□ $(\frac{2015}{2014})^{2015}>e$ □

□□□□□□□□□ $2015\ln\frac{2015}{2014}>1$ □… □9□□

□ $\ln\frac{2015}{2014}>\frac{1}{2015}$ □

□ $\ln\frac{2015}{2014}-\frac{1}{2015}>0$ □

□ $\ln(1+\frac{1}{2014})-\frac{1}{1+2014}>0$ □… □11□□

□□2□□ $a=1$ □□ $f(x)=\ln(1+x)-\frac{x}{x+1}$ □$[0$□$+\infty)$□□□□□

□ $\frac{1}{1+2014}>0$ □ $f(0)=0$ □

$f(\frac{1}{2014})=\ln(1+\frac{1}{2014})-\frac{1}{1+2014}>f(0)=0$ … □13□□

$\therefore(\frac{2014}{2015})^{2015}<\frac{1}{e}$ □□… □14□□

11□□□□ $f(x)=(1-ax)\ln(1+x)-x$ □□□ a □□□□

□1□□ $a\leqslant-\frac{1}{2}$ □□□ $f(x)$ □□□$[0$□$1]$□□□□□□

□2□□□□ $(\frac{2021}{2020})^{2020+\frac{1}{2}}>e$ □

□□□□□□1□ $f'(x)=-a\ln(x+1)+\frac{1-ax}{x+1}-1$ □

$f''(x)=-\frac{a}{1+x}+\frac{-a(1+x)-(1-ax)}{(1+x)^2}=-\frac{ax+2a+1}{(1+x)^2}$ □

□ $a\leqslant-\frac{1}{2}$ □□□ $x\in[0,1]$ □□ $\therefore f''(x)>0$ □

□□ $f'(x)$ □$[0$□$1]$□□□□□ $f'(x)_{min}=f'(0)=0$ □

□ $f'(x)\geqslant 0$ □

□□ $f(x)$ □$[0$□$1]$□□□□□ $f(x)_{min}=f(0)=0$ □

□□□ $a\leqslant-\frac{1}{2}$ □□ $f(x)$ □□□$[0$□$1]$□□□□□0□

□2□□□□1□□□□□ $a=-\frac{1}{2}$ □□ $f(x)$ □□□0□

□□ $f(x)=(1-ax)ln(1+x)-x$ □□ $x=\frac{1}{n}\in(0,1]$ □

□□□□□□□ n □□ $(1+\frac{1}{2n})ln(1+\frac{1}{n})-\frac{1}{n}>0$ □□ $ln(1+\frac{1}{n})>\frac{1}{n+\frac{1}{2}}$ □

□□ $ln(1+\frac{1}{n})^{n+\frac{1}{2}}>1$ □

□□ $(1+\frac{1}{n})^{n+\frac{1}{2}}>e$ □□□□

□ $n=2020$ □□ $(\frac{2021}{2020})^{2020+\frac{1}{2}}>e$ □

12□□□□□ $f(x)=ln(1+x)-\frac{ax}{x+1}(a>0)$ □

□1□□ $x=1$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□ a □□□

□2□□ $f(x)\geq 0$ □ $[0$ □ $+\infty)$ □□□□□□ a □□□□□□

□3□□□□ $(\frac{2017}{2016})^{2017}>e$ □□□□□□□□□□□

□□□□□□1□ □ $f(x)=ln(1+x)-\frac{ax}{x+1}(a>0)$ □

$\therefore f'(x)=\frac{x+1-a}{(x+1)^2}$ □

□ $x=1$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□

f' □1□ $=0$ □ $a=2$ □

□2□□ $f(x)\geq 0$ □ $[0$ □ $+\infty)$ □□□□□ $\therefore f(x)_{min}\geq 0$ □

□ $0<a\leq 1$ □□ $f'(x)\geq 0$ □ $[0$ □ $+\infty)$ □□□□□

□ $f(x)$ □ $[0$ □ $+\infty)$ □□□□□□

$\therefore f(x)_{min}=f(0)=0$□□□□$0<a\leqslant 1$□

□$a>1$□□□$f'(x)\geqslant 0$□□$x>a-1$□

□$f'(x)<0$□□$0\leqslant x<a-1$□

□$f(x)$□$[0$□$a-1)$□□□□□□□$(a-1,+\infty)$□□□□□□

$\therefore f(x)_{min}=f(a-1)\geqslant 0$□□$f(0)=0>\ (a-1)$□□□□□

□□□a□□□□□□$(0$□$1]$□

□3□□□□□□□□□□$2017\times ln\frac{2017}{2016}>1\Leftrightarrow ln\frac{2017}{2016}>\frac{1}{2017}$□

$\Leftrightarrow ln\frac{2017}{2016}-\frac{1}{2017}>0\Leftrightarrow ln(1+\frac{1}{2016})-\frac{1}{1+2016}>0$□

□□2□□$a=1$□□$f(x)=ln(1+x)-\frac{x}{x+1}$□$[0$□$+\infty)$□□□□□

□$\frac{1}{1+2016}>0$□$f(0)=0$□

$\therefore f(\frac{1}{2016})=ln\frac{1}{1+2016}-\frac{1}{1+2016}>f(0)=0$□

□$(\frac{2017}{2016})^{2017}>e$□□□